ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ

Гайнетдинов Р.Р., Садовников Р.В.

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, г. Казань

Использование горизонтальных скважин представляет собой новый тип технологии разработки нефтегазовых пластов, обеспечивающий многократное увеличение добычи углеводородов в сравнении с вертикальными скважинами. Одной из основных проблем, связанных с эксплуатацией горизонтальных скважин, является необходимость обработки результатов гидродинамических исследований. Методы интерпретации результатов гидродинамических исследований для вертикальных скважин неприемлемы для горизонтальных скважин. Создание таких методов для горизонтальных скважин представляет как теоретический, так и практический интерес.

В работе предложен вычислительный алгоритм для оценки коллекторских свойств приствольной зоны горизонтальной скважины на основе итерационной регуляризации. В качестве математической модели, описывающей фильтрацию жидкости в трещиновато-пористом пласте, вскрытом горизонтальной скважиной, используется модель Г.И.Баренблатта, Ю.П.Желтова, И.Н.Кочиной [1, 3].

Постановка и метод решения обратной задачи. Рассматривается обратная задача оценки коэффициента проницаемости $k(x,y,z)$ в случае, когда процесс фильтрации описывается уравнением [1]

$$\mu\beta\frac{\partial P}{\partial t}-\frac{\mu\beta}{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla(k\nabla P)\right)=(\nabla(k\nabla P)),\ 0<t\le T, \tag{1}$$

$$0<x<a,\ 0<y<b,\ 0<z<h,$$

при следующих начальном и граничных условиях:

$$P(x,y,z,0)=P_0(x,y,z), \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\quad \left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=h}=0,$$

$$P\big|_{x=0}=P_k,\quad P\big|_{x=a}=P_k,\quad P\big|_{y=0}=P_k,\quad P\big|_{y=b}=P_k, \tag{3}$$

$$Q=\int_s\left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial P}{\partial n}+\frac{k\beta}{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)\right)ds .$$

Здесь μ – динамическая вязкость флюида, β – коэффициент упругоемкости блоков, α – параметр перетока между трещинами и блоками, P_k – давление на границе области, Q – дебит скважины, s – поверхность скважины.

Дополнительно известны измеренные значения давлений на скважине, полученные в результате промыслового эксперимента

$$P|_s=\varphi(t). \tag{4}$$

Решение обратной задачи сводится к минимизации функционала

$$J=\int_0^T\left(\varphi(t)-P^в\right)^2dt, \tag{5}$$

где $P^в=P^в(t)$ – вычисленное давление на стволе горизонтальной скважины, которое получается из решения краевой задачи (1) – (3).

Для решения обратной задачи использован подход, изложенный в [2]. От задачи минимизации (4) при ограничениях (1) – (3) переходим к задаче отыскания стационарной точки функционала [2]:

$$\Phi=\int_0^T\left(P^в-P^н\right)^2dt+\int_0^T\int_V\psi\left(\nabla(k\nabla P)-\mu\beta\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\mu\beta}{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}\nabla(k\nabla P)\right)dVdt, \tag{6}$$

где $\psi(x,y,z,t)$ – неопределенный множитель Лагранжа.

При выполнении условий прямой задачи (1) – (3) функционалы Φ и J совпадают. Необходимым условием стационарности функционала (5) является равенство нулю его полной вариации [2]. Учитывая это условие, приходим к системе уравнений, определяющей сопряженную краевую задачу:

$$\mu\beta\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\mu\beta}{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla(k\nabla\psi)=-(\nabla(k\nabla\psi)), \tag{7}$$

$$\psi(x,y,z,T)=0, \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=0}=0,\ \left.\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|_{z=C}=0, \tag{9}$$

$$\psi|_{x=0}=0,\ \psi|_{x=A}=0,\ \psi|_{y=0}=0,\ \psi|_{y=B}=0,$$

$$\int_{s}\left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial\psi}{\partial n}+\frac{k\beta}{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\right)ds=2\left(\varphi(t)-P^{в}\right). \quad (10)$$

Градиент функционала имеет вид

$$\nabla J(k)=-\int_{0}^{T}\left[\left(\nabla\psi\nabla P\right)+\frac{\mu\beta}{\alpha}\left(\nabla\psi\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla P\right)\right)\right]dt. \quad (11)$$

Итерационный алгоритм решения обратной задачи построен на основе метода наискорейшего спуска [2]. Итерационный процесс останавливается при выполнении условия

$$\left|J(k_{n+1})-J(k_n)\right|\le\varepsilon, \quad (12)$$

где ε – наперед заданная величина, n – номер итерации.

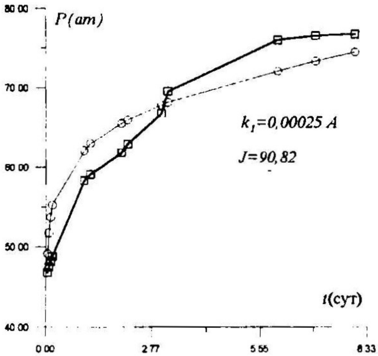

Рис. 1. Скважина №13473

□ – реальная КВД,

О – вычисленная КВД

Результаты численного эксперимента. С помощью предложенного выше алгоритма была обработана кривая восстановления давления, измеренная на горизонтальной скважине №13473 Шегурчинского месторождения (Татарстан). При расчетах использовались следующие данные: длина пласта 408 м, ширина пласта 300 м, высота пласта 22 м, длина горизонтальной скважины 204 м, дебит до остановки скважины 5,1 м³/сут, β=0.00001 ат$^{-1}$, α=0,98.

Литература

1. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. – М.: Недра,1993. – 416с.
2. Тихонов А.Н., Арсеньев В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 287 с.
3. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикладная математика и механика. – 1960. – Т. 24. – С. 852–864.